

HOJA DE EJERCICIOS

1.- Halla la inversa de: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones, con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) $AB - 2XA = I$ b) $AXA = B^t$ c) $AX + I = X$

3.- Calcula el rango de las siguientes matrices en función del valor de x .

¿Para qué valores de x las matrices son regulares?

***Matrices regulares:** que tienen inversa. **Matrices singulares:** que no tienen inversa.

$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \\ x & 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & -x \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \\ 1 & x+1 & x \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} x & 1 & 2 \\ 0 & x+1 & 3 \\ -x & -1 & x-4 \end{pmatrix}$

4.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 17 & 29 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}$, se pide calcular las matrices A^2 y A^3 .

Finalmente, halla los números reales x e y para los que se verifica $(I + A)^2 = xI + yA$.

5.- Halla x e y para que se cumpla $A^2 + x \cdot A + y \cdot I = 0$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

6.- Halla a , b y c para que se cumpla: $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, siendo $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$.

7.- Halla a , b , c y d para que se cumpla la siguiente igualdad: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 2 & a & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 4a & a^2 & 0 \\ 1-a & 0 & 1 \end{pmatrix}$, con a un parámetro real

no nulo, compruebe que $A^{-1} \cdot B = A$.

9.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) Determine la inversa de A.

b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple $A \cdot X = Y$.

10.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 18 & 48 & 12 \\ 0 & 18 & 12 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Justifica que la matriz A tiene inversa y calcula razonadamente $|3A^{-1}|$.

c) Obtener los valores reales x, y, z que verifican la ecuación $xI_3 + yA + zA^2 = B$.

11.- Sea $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz del sistema y $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ la de términos independientes.

a) Escribe las ecuaciones que forman el sistema y halla todas las soluciones del mismo.

b) ¿Cuáles de ellas son de la forma $(0 \ y \ z)$?

12.- Resuelve la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X = B$, donde:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 10 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

13.- Resuelve: $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + z = 3 \\ x + 5y - 7z = 4 \end{cases}$. Si $(x, y, 0)$ es solución del sistema anterior. Halla x e y.

14.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

15.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Resuelve la ecuación matricial $AX - B = 3X$.

b) Halla $|A|$ y a partir de este resultado justifica el rango de A.

19.- Resuelve la siguiente ecuación:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ x-1 & 0 & x+3 \\ 1 & x-2 & 4 \end{vmatrix} = 1-7x$$

20.- Discute y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y+z = m-1 \\ 2x+y+mz = m \\ x+my+z = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} ax+y = 1 \\ ay+z = 1 \\ ax+2y+z = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y+z = 2 \\ ax+y+(a-1)z = 1 \\ x+ay+z = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} ax+y+z = 1 \\ x+ay+z = a \\ x+y+az = a^2 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x-y+z = 0 \\ x+(m+1)y+z = 0 \\ x+y+(m+1)z = 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x-y = 1 \\ -x+2y = a \\ -x+(a+1)y = a \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+2y+3z = 10 \\ x+my+z = 10 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x+y = 1 \\ (m-1)x+y = 0 \\ 2x+my = -1 \end{cases}$ i) $\begin{cases} mx+y = 1 \\ y+z = m \\ x+my = m^2 \end{cases}$

23.- Se reúnen 30 personas entre hombres, mujeres y niños. Se sabe que entre hombres y mujeres duplican el número de niños. Además, el número de hombre junto con el triple de las mujeres excede en 20 al doble de niños. Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones que permita averiguar el número de hombres, mujeres y niños.

24.- En una reunión hay 28 personas. El número de hombres y mujeres juntos triplica al de niños. El número de mujeres supera en uno al de hombres. Averigua cuántos hombres, mujeres y niños hay.

25.- Por la mezcla de 8 kg de café natural con 2 kg de café tostado se han pagado 9€. Calcular el precio del kg. de café natural y tostado, sabiendo que si hubiera mezclado 1 kg de cada clase costaría la mezcla 2.25€/kg.

26.- De un aficionado a la Bolsa se tiene la siguiente información: Invertió 20.000€ en acciones de las empresas A, B y C. Al cabo de un año la empresa A pagó el 6% del dinero invertido, la B el 8% y la C el 10%, con lo que cobró en total 1624'18€.

- a) Con esta información, ¿se puede calcular lo que invirtió en cada empresa?
b) Calcula lo que invirtió en cada empresa sabiendo, adicionalmente, que en la empresa C invirtió el doble que en la empresa A.

34.- Hierón, rey de Siracusa, había dado a un joyero 7,5 kg de oro para hacer una corona que quería ofrecer a Júpiter. Para conocer si el orfebre había reemplazado oro por plata le pidió la ayuda a Arquímedes, y éste tenía que averiguarlo sin dañar la corona. Arquímedes metió la corona en agua y el nivel de agua subió 3,3 litros. Si por cada kg de oro el nivel de agua sube 0'5 litros, y por cada kg de plata el nivel de agua sube 0'2 litros. Halla los kgs. de oro y plata de la corona real.

27.- En la tienda 1 se pueden comprar los artículos A, B y C por un total de 1000€. También por 1000€ se pueden comprar los artículos A, B y C en la tienda 2, si bien en esta tienda los artículos A y B son un 10% más caros que en la tienda 1, y el artículo C es un 10% más barato. ¿Cuál es el precio del artículo C en la tienda 1?. ¿Cuánto cuesta comprar los artículos A y B en la tienda 2?

28.- Con 200€ se pueden comprar los artículos A, B, C y D en la tienda 1, y con 210€ se pueden comprar los mismos cuatro artículos en la tienda 2. En esta segunda tienda los precios de A, B y C son un 20% más caros que en la tienda 1, y el artículo D un 15% más barato. Averiguar el precio de D en la tienda 1. ¿Se puede hallar el precio de A?

29.- Un individuo invirtió 6000€ repartidos en tres empresas y obtuvo 450€ de beneficios. Calcular la inversión realizada en cada empresa, sabiendo que en la empresa A hizo el doble de inversión que en la B y C juntas y que los beneficios de las empresas fueron del 5% en la empresa A, 10% en la B y el 20% en la C.

30.- Los 24 alumnos de un curso tienen 15, 16 y 17 años de edad. Si la media aritmética de sus edades es de 16,25 años, y el número de estudiantes de 16 años es igual al número de estudiantes de 15 y 17 juntos. ¿Cuántos alumnos hay de cada edad?

31.- En la sección de conservas de una tienda, dispone de berberechos, mejillones y navajas con un precio medio de 7,50€. Un cliente compra 20 latas de berberechos, 30 de mejillones y 10 de navajas, debiendo abonar 420€. Otro cliente compra 25 de berberechos y 20 de mejillones por 345€. Calcula el precio de cada lata

32.- Los animales de un laboratorio deben mantenerse bajo una dieta estricta. Cada animal recibe 10g de proteínas y 3g de grasas. Se dispone de dos tipos de alimentos: pienso con el 5% de proteínas y el 3% de grasas y cereal con 10% de proteínas y 1% de grasas. ¿Cuántos gramos de pienso y de cereales deben utilizarse para obtener la dieta correcta de un único animal?

33.- El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por importe de 500€. El valor del vino es de 60€ menos que el de los refrescos y de la cerveza juntos. Teniendo en cuenta que por los refrescos deben pagar un impuesto del 6%, por la cerveza del 12% y por el vino del 30% y los impuestos ascienden a 92,40€. Calcula la cantidad que ha comprado de cada bebida.

35.- Un bodeguero tiene 10 litros de mezcla de agua y vino. Al probarla observa que es demasiado ligera, por lo que decide añadir una cierta cantidad de vino, y entonces la cantidad de agua es el 30% del total. Como sigue siendo ligera, añade de nuevo la misma cantidad de vino que antes, y entonces la cantidad de agua es el 20% del total. ¿Cuántos litros de vino se añaden en cada ocasión y cuántos litros de agua hay?

38.- Un vinatero posee tres tipos de vino con precios por litro de 3, 4 y 7 euros. ¿Cómo debería mezclarlos para obtener 1 litro de vino cuyo precio fuese de 5€ por litro, teniendo en cuenta que debe emplear doble cantidad de vino de 4€/l que vino de 3€/l?

41.- La suma de las tres cifras de un número es 13. La cifra de las centenas excede en 4 a la de las decenas. Si se intercambia la cifra de las unidades con la de las centenas, el número aumenta 495 unidades. ¿Qué número es? (NOTA: $abc \rightarrow 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$)

37.- Tenemos 3 lingotes compuestos del siguiente modo:

- El primero: 20g de oro, 30g de plata y 40g de cobre.
- El segundo: 40g de oro, 50g de plata y 60g de cobre.
- El tercero: 40g de oro, 50g de plata y 30g de cobre.

¿Cuántos gramos tendremos que tomar de cada lingote para formar un nuevo lingote de 40g de oro, 55g de plata y 55g de cobre?

39.- En una confitería envasan los bombones en cajas de 250g, 500g, y 1 kg. Envasan 60 cajas en total, siendo 5 cajas de tamaño pequeño más que de tamaño mediano. El precio de los bombones es de 40€/kg, y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250€, calcula cuántas cajas se han envasado de cada tamaño.

40.- Un tren transporta 700 viajeros y la recaudación del importe de sus billetes asciende a 18900€. Calcula cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 60 (primera clase), cuántos han pagado el 50% del billete (segunda clase) y cuántos han pagado el 30% del billete (tercera clase), sabiendo que el número de viajeros de tercera clase es el doble del número de viajeros de primera.

43.- Un grupo de 30 alumnos de 2º de Bachillerato realiza una votación para determinar a qué concierto irán. Deciden entre el Viñarock, el FIB y el Primavera Sound. El número de los que prefieren Viñarock triplica al número de los que prefieren el Primavera Sound. El 40% de los que prefieren el FIB coincide con la quinta parte de la suma de los que prefieren los otros dos conciertos. Halla el número de votos que obtuvo cada destino.

47.- Un automóvil sube las cuestas a 50 km/h, las baja a 100 km/h y en llano marcha a 80 km/h. Para ir de Alcantarilla a Villajoyosa tarda 1 hora 30 minutos, y para volver de Villajoyosa a Alcantarilla, 1 hora y 45 minutos. ¿Cuál es la longitud del camino llano entre Alcantarilla y Alcoy si se sabe que ambos municipios distan entre sí 115 km?

48.- Juan, Pedro y Luis corren a la vez en un circuito. Por cada kilómetro que recorre Juan, Pedro recorre 2km. Luis recorre $\frac{3}{4}$ partes de lo que recorre Pedro ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno sabiendo que entre los tres han recorrido 45 km?

49.- Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. El número de monedas de A excede en 2 a la suma de las monedas de las otras dos cajas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, ésta tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

50.- Una empresa dispone de 27 200 € para actividades de formación de sus cien empleados. Después de estudiar las necesidades de los empleados, se ha decidido organizar tres cursos: A, B y C. La subvención por persona para el curso A es de 400€, para el curso B es de 160 €, y de 200 € para el C. Si la cantidad que se dedica al curso A es cinco veces mayor a la correspondiente al B, ¿cuántos empleados siguen cada curso?

56.- Se dan tres aleaciones de plata, cobre y oro, con la siguiente composición. Para obtener 20 gramos de una aleación que contenga 12% de plata, 26% de cobre y 62% de oro. ¿Cuántos gramos deberé extraer de cada aleación?

	ORO	PLATA	COBRE
1	80%	5%	15%
2	65%	10%	25%
3	55%	15%	30%

